

La teoria che.....

Manuale semiserio di Robotica

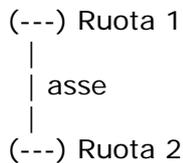
Realizzato quasi per scherzo per:

www.roboitalia.com

Introduco questo tema in quanto è opinione comune che vi siano pochi libri o testi dove trovare la "giusta" teoria, quella molto vicina ai problemi pratici della realizzazione. Realizzerò alcuni testi su vari argomenti che, spero, trovino l'interesse di altri; ovviamente il contributo di tutti, come sempre, è arricchimento per ognuno di noi.

Paragrafo 1. Studio del movimento a terra.

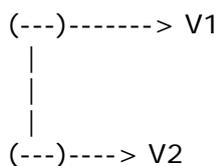
Lo studio del movimento in un robot è evidentemente una parte molto importante, iniziamo ragionando sulla parte motrice quella cioè che sposterà il robot da un punto all'altro del suolo. Per semplicità immaginiamo di avere una base con due ruote motrici indipendenti, gli assi delle due ruote giacciono sulla stessa retta o asse



Più o meno così, ora è facile immaginare che se le due ruote hanno la stessa velocità di rotazione e lo stesso verso, la base si muoverà in modo rettilineo, ma cosa succede se le ruote girano a velocità diverse? e se hanno verso diverso e velocità diverse?

Ovvio immaginare che serve un po' di matematica, esiste anche un metodo grafico però, vediamo:

Su un foglio millimetrato disegnate una freccia (vettore) di lunghezza proporzionale al valore della velocità e con verso appropriato per la ruota 1, fate lo stesso per la ruota 2.



ora se unite i due vertici delle frecce con una retta, prolungatela verso il basso fino ad intersecare il prolungamento dell'asse; bene il punto trovato è il centro di rotazione e la distanza dal punto al centro dell'asse è il raggio della curva. il centro di rotazione sarà esterno all'asse se le frecce hanno stesso verso e sono diverse da zero, coincide con una ruota se il valore di quella ruota è zero, sarà interno all'asse se le frecce hanno verso opposto, sarà il centro dell'asse se il verso è opposto e i valori uguali. Provate!

Ultimo, la lunghezza della freccia dal centro dell'asse alla retta di congiunzione dei due vettori dà il valore della velocità risultante.

Volete le formule?

ok,

$$\text{Raggio} = (\text{asse}/2) * (V1+V2)/\text{ABS}(V1-V2)$$

V1 e V2 sono le velocità delle ruote, ABS significa valore assoluto (senza il segno)

Frequenza rotazione = $(V1 - V2)/(6.28 * \text{asse})$; se la frequenza è negativa la rotazione è antioraria

Ovviamente le unità di misura saranno coerenti: V in cm/sec, asse in cm, raggio cm, frequenza in giri al sec.

Abbiamo visto come gestire i calcoli sulle 2 ruote, ho tralasciato per non offendere nessuno il calcolo della velocità partendo dalla rotazione dei motori. Diverso e più interessante il caso in cui abbiamo degli encoder posizionali sui motori per controllare il moto.

Nel caso di un encoder (la classica ruota che alterna spazi vuoti e pieni che troviamo anche nel mouse) è necessario ai fini della programmazione del robot, sapere a che spazio percorso corrisponde ogni impulso dell'encoder.

Facciamo un esempio:

Ammettiamo di avere un encoder calettato sull'albero del motore che fornisce 8 impulsi/giro.

Ammettiamo di avere un rapporto di riduzione tra motore e ruota di 5: 1

Ammettiamo che la ruota abbia un raggio di 5cm

Bene, avremo a questo punto:

$360^\circ/8 = 45^\circ$ Rotaz. motore tra 2 impulsi encoder

$45^\circ/5 = 9^\circ$ Rotazione ruota tra due impulsi encoder

$5 * 6,28 = 31,4\text{cm}$ Circonferenza ruota (anche spazio percorso ad ogni giro)

Ora facendo una proporzione:

$360^\circ:9^\circ = 31,4\text{cm}:X\text{cm}$

da cui $X = 0,785\text{cm}$

Quindi ad ogni impulso di encoder avremo percorso 0,785 centimetri, in questo caso questo valore è anche la precisione massima (teorica) che ci possiamo aspettare dal sistema in questione.

E' facile ora calcolarsi la velocità, se infatti registriamo 10 impulsi al secondo avremo:

$0,785 * 10 = 7,85 \text{ cm/sec}$

O viceversa volendo dare al robot una velocità di 10 cm/sec dovremo pilotare il motore fino a registrare:

$10 / 0,785 = 12,74$ impulsi al secondo

Bene, ora sappiamo come pilotare un motore con cognizione, possiamo volendo impostare uno spostamento determinato ed una velocità determinata ma, sappiamo costruire un percorso?

Teoricamente si, gli elementi li abbiamo tutti.

Allora proviamo, immaginiamo di voler far percorrere al robot 100cm in modo rettilineo e poi fare una curva di 90° in senso orario e quindi altri 100cm rettilinei.

Vi sono almeno tre modi di rispondere alla necessità.

1) imposto la stessa velocità per le due ruote, conto un numero di impulsi encoder fino a 100cm, mi fermo, imposto la stessa velocità sulle due ruote ma con verso opposto e conto un numero di impulsi pari ad un quarto di giro $[(\text{asse} * 3,14)/4]$, poi stessa velocità stesso verso e conto per altri 100cm. (notate che il raggio di curvatura è $\text{asse}/2$)

2) stessa velocità stesso verso per 100cm- $(\text{asse}/2)$, una ruota ferma e l'altra continua per un quarto di giro che questa volta però è $[(\text{asse} * 6,28)/4]$, poi stessa velocità e stesso verso per altri 100cm- $(\text{asse}/2)$. (raggio di curvatura è uguale all'asse)

3) Caso con raggio di curvatura maggiore dell'asse, in questo caso le ruote hanno lo stesso verso di rotazione e velocità diversa da zero, se ricordate conoscendo le due velocità posso risalire al raggio e viceversa volendo un certo raggio posso determinare la differenza di velocità delle due ruote, percorrerei quindi in modo rettilineo un tratto pari a $100\text{cm} - (\text{raggio}/2)$, inizierei la curva per un tratto pari a $[(\text{raggio} * 6,28)/4]$ poi l'ultimo tratto rettilineo $100\text{cm} - (\text{raggio}/2)$

La scelta può dipendere da molti fattori e non ultimo da una questione cinematica: a meno che non abbiamo un sistema in grado di gestire accelerazioni e decelerazioni controllate, ogni volta che comandiamo al robot uno start o uno stop, ciò avviene in modo molto brusco e il rischio è quello di perdere aderenza con il suolo, se ciò avviene tutti i conti che abbiamo fatto fino ad ora non servono più, immaginate che, come accade per le automobili, la frenata provochi lo slittamento delle gomme con una leggera sbandata, anche solo una rotazione di 5° , magari il punto dove il bot si è fermato è vicinissimo al punto giusto ma, la piccola rotazione farà sì che ad ogni successivo comando siate più lontani di dove credete. Ecco perché il sistema 3 è migliore (salvo altri impedimenti) anche se più complesso come calcoli (i calcoli li fa il PC) in quanto prevede un numero minore di STOP/START. Ovviamente ciò ha un senso se posso variare la velocità delle ruote senza passare per uno stop.

Ma come so dove sono?

Beh, qui c'è da fare i conti con la trigonometria ma non è difficile, ovviamente da qualche parte ci sarà una mappa, magari memorizzata nel PC, devo pensare di partire con il robot da un punto noto e con un orientamento noto (Est?).

L'origine della vostra mappa sarà l'origine di un ipotetico piano cartesiano orizzontale, se procedo diritto (sono orientato ad Est), l'angolo (alfa) è zero e avrò che

$X_{\text{finale}} = X_{\text{iniziale}} + \text{spostamento} * \cos(\text{alfa})$; mentre

$Y_{\text{finale}} = Y_{\text{iniziale}} + \text{spostamento} * \sin(\text{alfa})$; se sono ruotato di 45° (Nord-Est) evidentemente X e Y assumeranno altri valori.

Provate a determinare X e Y sapendo che parto dal punto 0,0 e sono orientato ad est per il percorso immaginato sopra e sapendo che scelgo la soluzione 1. Riprovate con le soluzioni 2 e 3 (scegliete voi un valore per asse e raggio)

Paragrafo 2 Stepper o CC?

Bella domanda, ognuno ha le proprie convinzioni e preferenze emotive, vediamo un po' di dati tecnici.

CC

Sono i classici motori che troviamo ovunque, poco costosi, leggeri, si possono comandare con estrema facilità, variandone la tensione di alimentazione si varia la velocità, possono raggiungere velocità di rotazione da paura, 10, 20 mila giri minuto; tra i difetti maggiori troviamo: la presenza di spazzole e collettore che oltre ad usurarsi generano disturbi e calore a go go, la precisione poi è un altro limite sia per il posizionamento sia per la velocità di rotazione, quest'ultima in particolare è legata a fattori variabili quali la temperatura, i SERVO così chiamati i motori CC pilotati in PWM hanno buona capacità sul posizionamento mentre sono sempre difficili da "indovinare" per la velocità, il PWM poi ha qualche effetto sulla coppia; per applicazioni di robotica questo tipo di motori è accettabile solo in abbinamento a encoder e PID, anche il semplice (e non troppo robotico) inseguitore di linea (o luce) è in pratica un PID ed è facile vedere come questi sistemi seguano il segnale "dondolando"

STEPPER

Sono costosi, serve un circuito digitale per pilotarli, è difficile dimensionarli, hanno una coppia bassa a parità di corrente, hanno velocità decisamente più basse 5-7mila giri minuto; per contro sono molto affidabili, senza parti in usura e non generano disturbi, silenziosissimi, se ne trovano di dimensioni da non credere (avete mai aperto l'HD di un notebook?); alcune convinzioni errate su questi motori e soprattutto tanta ignoranza sul loro funzionamento fanno sì che a livello hobbistico non siano molto utilizzati, sono sempre usati in applicazioni con un minimo di professionalità vedi stampanti, scanner, plotter, HD oltre ovviamente alla robotica, pilotare due motori alla stessa velocità è in questo caso molto semplice, è altresì abbastanza semplice gestire accelerazioni o decelerazioni.

Il rischio di perdere i passi esiste solo se il dimensionamento è sbagliato o in caso di coppie resistenti imprevedute, accoppiandolo ad un encoder si può avere visione dell'eventuale passo perso e correggerlo con maggior rapidità, il PID è più semplice da realizzare

Per entrambi un problema se parliamo di robotica è il mantenimento della posizione assunta, per entrambi significa dover continuare ad alimentarli, per lo stepper è una condizione prevista costruttivamente, per il motore CC è una condizione anomala e si rischia seriamente la cottura, comunque per un robot a batterie continuare ad alimentare i motori per tenere fermo un braccio è un'assurdità; per entrambi ci viene in aiuto la meccanica, l'accoppiamento vite-ingranaggio risolve il problema (considerate però che la forza peso si scarica sull'albero motore).

Sicuramente con queste righe non si chiude l'argomento e rimane indubbia la possibilità di ognuno in funzione delle proprie capacità di fare l'una o l'altra scelta, sarebbe meglio considerare l'uno o l'altro a seconda della funzione d'uso che si cerca.

Paragrafo 3 Ingranaggi & Co

Visto che sono stati tirati in ballo gli ingranaggi, beh forse vale la pena parlarne un po'.
Queste righe sono recuperate da un vecchio post di Paul sul NG di "fai da te" e gelosamente da me conservate.

Lezione N° 1.

(Ovvero come chiamare le cose con il nome giusto, ed imparare che anche le volpi conoscono la geometria piana).

Visualizzate mentalmente una ruota dentata, o meglio, mettetene una davanti a voi; (dove sono tutte quelle rotelle della vecchia sveglia che ogni buon fai da te ha cercato almeno una volta nella vita di rimontare senza successo?).

Iniziamo con la cosa più tediosa, e cioè la terminologia.

Così almeno sapremo parlare in argomento con proprietà di linguaggio.

Il primo termine è il "diametro esterno dell' ingranaggio", che si chiama anche "diametro del cerchio di troncatura esterno", e mi pare non ci sia granchè da dire in proposito.

Il secondo è il "diametro del cerchio di troncatura interno", che corrisponde al fondo del vano vuoto. Da non confondere con il "diametro di base", che corrisponde a quello determinato dal diametro esterno della ruota coniugata. (Difficile da capire senza un disegno, ma soprassediamo perchè non ha molta importanza).

Basti dire che la differenza tra il diametro di base e quello di troncatura interno determina il "gioco di fondo" tra il dente di una ruota ed il vano impegnato della ruota condotta dalla prima.

Questo gioco è importante per evitare che due ingranaggi si impuntino e quindi per determinare la distanza dei due assi di rotazione.

Insomma roba da specialisti, che a noi non importa granchè.

Ma c'è un altro diametro da conoscere, il più importante, perché è quello di riferimento per tutti i calcoli.

E' quello che corrisponde al punto di contatto sul fianco dei denti tra due ruote che si impegnano, e che si trova circa a metà altezza del dente (torneremo sull' argomento più tardi).

Il suo nome è "diametro primitivo".

Beccatevi perciò questa :

"due ruote dentate sono assimilabili a due ruote di frizione che girano a contatto tra loro in corrispondenza del diametro primitivo".

Vediamo ora in dettaglio il singolo dente :

Visto di fianco, più o meno è triangolare (più o meno che più, in verità), ed ora sapete che la sua base ha inizio dal cerchio di troncatura interno e finisce con un piccolo arco sulla circonferenza di troncatura esterna.

L' altezza del dente medesimo è la differenza tra i raggi delle due circonferenze di troncatura.

A circa metà altezza del dente passa la circonferenza primitiva (ricordate ?).

Ora osserviamo i fianchi del dente, quelli curvi, che danno la caratteristica forma allo stesso.

In pratica tutti gli ingranaggi sono tagliati in maniera che i due fianchi del singolo dente corrispondano ad una curva matematica ben precisa, che si chiama evolvente di cerchio o più semplicemente "evolvente".

Cos'è una evolvente si potrebbe spiegare con una equazione, ma siccome io avevo 4 in matematica, lo spiego in un modo più semplice.

Chiedete a vostra moglie un rocchetto di filo da cucito.

Tenetelo in una mano, e, con l' altra svolgete il filo dal rocchetto, tenendolo ben teso tra due dita (intendo dire che svolgiate il filo descrivendo delle immaginarie rotazioni intorno al rocchetto, non che tiriate il filo secondo l' asse del rocchetto !).

La curva che descriverà il punto che corrisponde alle vostre due dita che tengono il filo è una evolvente.

Cioè una specie di spirale, ma con specifiche proprietà.

Divagazione N° 1.

Non solo i matematici ed i tecnici conoscono ed utilizzano le curve evolventi, ma anche le volpi! Incredibile a dirsi, ma se una volpe trova l' occasione di una ciotola piena lasciata per il pasto di un cane legato ad una catena fissata ad un palo, è capace, tenendosi a debita distanza, di stuzzicare il cane in maniera che girando attorno al palo avvolga progressivamente la catena attorno al palo stesso, accorciandola quanto basta per papparsi il cibo nella ciotola.

Cioè fido girando descriverà un' evolvente di cerchio avvicinandosi sempre di più al centro di rotazione, e resterà senza pranzo !

Divagazione N° 2.

Un'altra applicazione dell'evolvente è quella applicabile al taglio dell'erba nei pratini liberi da alberi e/o ostacoli.

Si pianta un palo nel bel mezzo del prato, e si fissa una cordicella al palo, legandola all'altro capo alla falciatrice.

Girando attorno al palo tenendo teso il filo, la falciatrice descriverà una spirale, o per meglio dire, un'evolvente, lasciando delle bellissime traccie di rasatura curve (se la larghezza di taglio della falciatrice è, ad esempio, di 40 cm, utilizzando un palo di circa 10 cm di diametro, corrispondenti a circa 30 cm di circonferenza, si otterranno delle traccie sul terreno di pari misura).

Provare per credere !

Se non avete pratini da tagliare, o preferite sugli stessi il taglio diritto v`-e-vieni, amici come prima e torniamo agli ingranaggi.

Un altro termine da considerare è il "passo" della dentatura, che è la lunghezza della circonferenza primitiva divisa per il numero dei denti. Cioè :

$$P = \frac{\text{pi greco} * D}{Z}$$

dove

P = passo della dentatura

D = diametro primitivo

Z = numero dei denti

Come si intuisce dalla formula, il passo è un numero irrazionale a causa del fattore pi greco, che per l'appunto è irrazionale.

E' stato perciò aggirato l'ostacolo introducendo un numero, detto modulo (m), definito dalla relazione

$$P = m * \text{pi greco}$$

in tal modo la formula del passo diventa

$$P = m * \text{pi greco} = \frac{\text{pi greco} * D}{Z}$$

dalla quale si ricava

$$m = \frac{D}{Z}$$

che si può anche scrivere

$$D = m * Z$$

che è la formula base degli ingranaggi.

Cioè, detto in chiaro :

"il diametro primitivo di un ingranaggio è uguale al modulo della dentatura moltiplicato per il numero dei denti".

Interessante, vero ?

Se lo sapessero le volpi.....

Ora fate un ultimo piccolo sforzo, che abbiamo quasi finito.

La distanza tra il cerchio di troncatura esterna ed il cerchio primitivo si chiama "addendum" (a) ed è pari al valore del modulo (m).

Invece la distanza tra il cerchio primitivo ed il cerchio di troncatura interno si chiama "dedendum" (b), e vale 7/6 (sette sedicesimi) del valore del modulo. Quindi l' altezza del dente è pari alla somma dell' addendum più quella del dedendum ed è espressa chiaramente dalla formuletta

$$h = a + b = m + \frac{7}{6} * m = \frac{13}{6} * m$$

cioè l' altezza di un dente è pari a tredici sestimi del valore del modulo.

Il gioco di fondo invece vale 1/6 del modulo, ed ometto la formula per non farvi sbadigliare troppo.

Lo spessore del dente, misurato sul cerchio primitivo, è pari a metà del passo (e mi pare che in questo caso non siano necessarie spiegazioni).

Le relazioni di cui sopra permettono di esprimere i diametri di troncatura esterna ed interna in funzione del modulo :

$$D_e = m * (Z + 2)$$

che si può anche scrivere

$$m = \frac{D_e}{Z + 2}$$

e per quanto riguarda il diametro di troncatura interna

$$D_i = m * (2 - \frac{14}{16})$$

Piccola pausa di riflessione :

se siete arrivati sin qui senza maledire Paul hass, avrete capito l' utilità di tutte queste formulette, e cioè le relazioni che legano i vari parametri geometrici delle ruote dentate, che permettono ai tecnici, fissato uno o più di questi parametri, di ricavare gli altri.

Ad esempio un progettista, assunto un certo rapporto di trasmissione, (argomento del quale tratteremo in un altro post), fisserà il diametro esterno delle due ruote dentate, sceglierà il modulo (e vedremo più avanti come), e così saprà quanti denti avranno le due ruote.

Oppure un tecnico d' officina che deve compilare il foglio di lavorazione per tornire le ruote da dentare successivamente, noto il modulo ed il numero di denti ricaverà il diametro esterno ed il diametro di troncatura interno della ruota, e lo riporterà sul foglio di lavoro per l' operatore del tornio od il programmatore CNC.

Esecizio per casa:

anche voi quindi potete divertirvi a misurare qualche ingranaggio, determinando i valori D_e , D_i , m , Z , P .

E' sufficiente un calibro od un righello per le misurazioni ed una matita per i semplici calcoli.

Però per favore, a vostra moglie che vi guarderà allibita, non ditele che sono stato io a suggerirvi di perdere così stupidamente il tempo!

Per concludere questo messaggio confesserò che non ho avuto il coraggio di addentrarmi anche nella spiegazione dell' "angolo di pressione", "passo base", "retta di pressione", ecc., che senza la possibilità di visualizzare immagini grafiche è alquanto arduo affrontare.

Peraltro questi concetti non sono strettamente indispensabili per chi, come noi, con gli ingranaggi ci gioca e non ci lavora.

Insomma facciamo finta che non esistano.

Non si può avere tutto dalla vita, come rispondeva mia madre quando le chiedevo i soldini per il cinema dopo quelli per il gelato.

LEZIONE n° 2.

Nella prima lezione abbiamo visto le definizioni e le semplici relazioni che legano i vari termini delle dentature. Le misurazione dei valori vengono fatte ordinariamente con gli usuali strumenti (calibri a corsoio, micrometri, comparatori, ecc.) ma voglio fare un cenno ad uno strumento particolare che si utilizza per la misura dello spessore del dente in corrispondenza del diametro primitivo (cioè quello che conta). Ne parlo perchè è il sistema più semplice per ricavare la misura (metodo di Weber), e perchè tale strumento si trova facilmente sulle bancarelle dei cosiddetti "polacchi".

Credo peraltro sia l' attrezzo che loro vendono di meno !

Lo strumento è composto da due calibri a corsoio con nonio, uniti a 90 gradi tra loro.

La misura si fa così :

con il primo calibro si predispose una linguetta metallica (detta modulatore) ad una misura pari all' addendum del dente in misura.

Mettendo a contatto della sommità del dente la linguetta modulatrice del primo calibro, le punte del secondo si posizioneranno automaticamente sulla circonferenza primitiva della ruota, e quindi si potrà eseguire una misura di larghezza del dente con il secondo calibro.

Da notare che le punte del secondo calibro comunque non misurano un arco di cerchio, pari allo spessore circonferenziale del dente, ma la corda dell' arco stesso. La misura perciò dovrebbe essere corretta con opportune formule trigonometriche, ma usualmente la differenza è così piccola da risultare spesso inferiore agli errori di misura.

Ho citato questo metodo perchè è il più semplice possibile, l' unico alla nostra portata di dilettanti.

Ma parliamo ora del rapporto di riduzione.

Quando si osservano due ruote dentate che si impegnano l' un l' altra, la prima cosa che viene in mente è il rapporto di riduzione, che può essere definito come

$$n_2$$

$$n_1$$

dove n_1 è il numero di giri della ruota conduttrice e n_2 è il numero di giri della ruota condotta. Il rapporto di riduzione è inversamente proporzionale al rapporto tra il numero di denti delle rispettive ruote.

Cioè la ruota con più denti girerà più piano.

Bella scoperta, dirà qualcuno ! In ogni caso io la formuletta ve la passo

$$n_2 \quad Z_1$$

$$\frac{\quad}{n_1} = \frac{\quad}{Z_2}$$

Questo se le ruote sono due solamente.

In molte applicazioni meccaniche le riduzioni di velocità prevedono 4 ruote (o più), poste in una configurazione chiamata "quaterna":

ricordando che n è il numero di giri e Z il numero di denti, si può ricavare (credetemi sulla parola) la seguente formula

$$n_4 \quad Z_1 * Z_3$$

$$\frac{\quad}{n_1} = \frac{\quad}{Z_2 * Z_4}$$

Se gli assi di rotazione di due ruote dentate sono distanti, o se è necessario invertire il senso di rotazione del moto, si inserisce tra le due ruote una terza, detta "ruota oziosa".

Quest' ultima può avere un numero di denti qualsiasi, perchè la sua grandezza non influisce sul rapporto di trasmissione.

Compito per casa :

Chi di voi saprebbe dimostrare perchè una ruota oziosa non influisce sul rapporto di trasmissione di un treno di ingranaggi ?

Dopotutto, potrebbe essere più divertente provarci che guardare uno di quei terribili spettacoli di quiz alla televisione !

Continuando il discorso sui rapporti di trasmissione, bisogna dire che la ruota più piccola di una serie non può avere un numero di denti inferiore ad un certo numero. E' intuitivo che i denti di una ruota non possono essere solamente 3 o 4, e comunque nemmeno 5 o 6, in quanto nel loro moto darebbero luogo ad una interferenza con i denti della ruota coniugata più grande.

In pratica, per avere un buon ingranamento delle due ruote, nelle quali i denti ingranino senza strisciare, e comunque ci siano almeno 2 denti in presa che è il minimo per avere un buon movimento, il minimo numero di denti possibile va da 12 a 17, a seconda del rapporto di trasmissione tra le due.

Cioè se le due ruote hanno lo stesso diametro (rapporto 1 : 1), basta che abbiano entrambe 12 denti.

Per un rapporto di trasmissione di 1 : 8 e superiori, i denti della più piccola devono essere almeno 17.

Questo è valido nel caso di denti creati con evolvente avente "angolo di pressione" di 20°, cioè quelli normalizzati in Europa.

Nei paesi anglosassoni si usa l'evolvente con angolo di pressione di 14° e 30', per la qual ragione il numero minimo di denti aumenta (da 22 a 31 secondo il rapporto di trasmissione da 1:1 a 1:8).

Un artificio per far bene ingranare ruote con un numero di denti più basso del dovuto è quello di spostare i cerchi di troncatura caratteristici della ruota, nel senso che si aumentano i cerchi della ruota più piccola e si diminuiscono quelli della ruota più grande.

Le dentature così realizzate si dicono "corrette".

Ma avevo promesso di non parlare di dentature speciali, e mi fermo qui.

Andiamo avanti.

La ruota dentata con il minor numero possibile di denti facente parte di una serie di ruote di pari modulo si chiama "rocchetto", o con un brutto francesismo, "pignone".

Ed ora una bella domanda per i più attenti : la ruota più grande possibile, quanti denti potrà avere, e quindi di che diametro sarà?

Mi rispondo da solo:

chiaramente il diametro potrà essere grande, grandissimo, quasi infinito, anzi infinito ! Ed infatti, se il diametro è infinito, il cerchio di troncatura esterno della ruota assumerà la forma di una retta.

E la nostra ruota dentata l'avremo fatta diventare una "dentiera", cioè una riga dentata nella quale i denti, che saranno di numero infinito, avranno conservato il passo (e quindi il modulo) originario, e perciò potrà essere impegnata da qualsiasi ruota di pari modulo.

In tal modo, se ne abbiamo bisogno, potremo trasformare facilmente un moto rotatorio in un movimento rettilineo.

Le curve del profilo del singolo dente, che erano un'evolvente di cerchio, nella dentiera si saranno raddrizzate ed avranno assunto la forma di rette costituenti i fianchi inclinati di un trapezio.

Interessante, vero ?

Se non ci credete, andate a guardare la dentiera che avete sul portone scorrevole di casa con l'apertura motorizzata.

Lezione n° 3.

(Ovvero, come anche i geometri sappiano calcolare gli ingranaggi).

Proseguendo in queste brevi note, parleremo della grandezza dei denti in relazione al diametro della ruota, cioè del modulo. Un modulo piccolo è sinonimo di denti piccoli e quindi piuttosto numerosi sulla ruota.

All'inverso ad un modulo di valore maggiore corrisponde un minor numero di denti.

Notare che per quanto riguarda il rapporto di trasmissione, il valore del modulo non ha alcuna influenza. Cioè potranno esserci due ruote dentate di un certo diametro in rapporto di trasmissione 1:2 tra loro, sia che abbiano in un caso 10 e 20 denti rispettivamente (modulo grande), sia 50 e 100 denti (modulo piccolo).

Ma allora, con quale criterio si sceglie il modulo, e di conseguenza la grandezza dei denti ?

E' intuitivo credere che se una ruota ha un alto numero di denti (cioè di piccola dimensione in rapporto al diametro), trasmetterà il moto ad una ruota coniugata in modo migliore, soprattutto più uniforme, rispetto ad un ingranaggio con pochi denti. Peraltro una ruota con molti piccoli denti sarà più costosa, a causa del maggior numero di denti da tagliare, ed è

possibile che la forza applicata tangenzialmente al piccolo dente sia superiore alla resistenza meccanica dello stesso.

Cerchiamo quindi di vedere alla buona come si verifica a rottura un dente.

Immaginate di togliere tutti i denti ad un ingranaggio, meno uno.

Resterà in tal modo una sporgenza alla ruota, simile ad una mensola di quelle che sostengono i balconi nelle facciate dei palazzi.

Tecnicamente questa mensola si chiama "trave incastrata ad una estremità" ed è soggetta ad un carico di flessione dovuto alla forza concentrata applicata alla sua estremità libera.

Nel balcone questo carico potrebbe essere il peso di tante persone che si affacciano alla balastra, e che tenderà a piegare verso il basso le mensole di sostegno del balcone stesso.

Nel dente è la forza tangenziale applicata al fianco del dente stesso, che tenderà a romperlo per flessione recidendolo alla base.

Le cose in verità sono un poco più complicate, ma anche raccontate così alla buona sono abbastanza corrette e veritiere.

Sapendo il modulo, e quindi le misure del dente che si vuole verificare, basterà sapere quanto vale la forza applicata per poter effettuare i calcoli di resistenza con le usuali formule della meccanica applicata.

Questa forza non è difficile a sapersi, se si pensa che generalmente è conosciuta la potenza da trasmettere agli ingranaggi, e quindi è facilmente ricavabile il momento torcente (cioè la coppia applicata), dividendo la potenza per il numero di giri.

Ma siccome noi sappiamo che il momento torcente è una forza applicata con un certo braccio di leva, che nel nostro caso è pari alla distanza tra il centro di rotazione della ruota e l'estremità del dente (cioè in soldoni il raggio della ruota), valore che ci è noto, con una semplice divisione si trova il valore della forza "F" che agisce a flessione sul dente, così come, nel caso di un balcone, sapremmo calcolare il peso delle persone che, affacciandosi alla ringhiera, tenderebbe a fletterlo verso il basso.

In possesso del valore della forza "F" e delle misure del dente (che conosciamo in base al modulo), si verifica la stabilità a flessione del dente secondo la formula

$$K = \frac{M_f}{W_f}$$

dove

K = carico di sicurezza del materiale

M_f = momento flettente

W_f = Modulo di resistenza a flessione del dente

che è universale e vale per tutti i carichi a flessione, balconi compresi.

Ecco perchè ho detto nel titolo che anche i geometri sanno calcolare gli ingranaggi.

La formula di cui sopra dice in soldoni :

- il carico di sicurezza "K" del materiale del dente deve essere uguale (o superiore) al rapporto tra il momento flettente "M_f" applicato allo stesso ed il modulo di resistenza a flessione "W_f" della sezione di base del singolo dente.

"K" dipende quindi solo dal materiale, e ad esempio se questo è ghisa vale 4, se acciaio al carbonio 10 -12, se acciaio legato al molibdeno circa 25, e così via.

Per M_f e W_f salto il metodo di calcolo, ma in caso di libidinose curiosità qualsiasi manuale di meccanica lo riporta.

Fare attenzione che nella formula del W_f entra in gioco anche una misura che non è stata ancora considerata, e cioè la "lunghezza di costa" del dente, che spessissimo, ma non sempre, è pari allo spessore della ruota dentata misurato tra le faccie piane ed opposte della ruota stessa.

Progettato l'ingranaggio (rapporto di riduzione, modulo, verifica alla rottura dei denti), resta da vedere come si costruisce lo stesso, sia industrialmente che con metodi fai da te.

Gli ingranaggi possono essere realizzati nei modi più disparati, a cominciare dalla fusione (ingranaggi in ghisa), tranciati da lamiera (piccoli ingranaggi per giocattoli), stampati per iniezione (ingranaggi in plastica), ricavati per sinterizzazione con la tecnologia delle polveri metalliche (ingranaggi per macchine da ufficio, ecc.).

Ma il metodo usuale e più conosciuto in meccanica è quello del taglio dei denti alle macchine utensili, dopo aver realizzato per tornitura la ruota.

Paragrafo 4

Ragionamenti di “progetto”

Abbiamo imparato a muovere il nostro robot, in pratica tutto quanto detto fino ad ora serve a ricavare 3 dati fondamentali.

La posizione X

La posizione Y

L'angolo di rotazione (alfa).

Questi dati sono riferiti al centro dell'asse delle ruote per X e Y mentre l'angolo sarà quello formato dal nostro piano cartesiano immaginario e la retta perpendicolare all'asse delle ruote (in pratica la direzione del moto); nel caso il centro del nostro robot non coincida con il centro dell'asse ruote dovremo misurarne una volta per tutte l'offset (la differenza) ma, importante, i calcoli sui percorsi devono sempre essere riferiti all'asse ruote, è quello infatti il riferimento del moto.

E' chiaro che la precisione di calcolo ma soprattutto di esecuzione da parte del bot sono essenziali se vogliamo "non perdere la bussola"; a questo proposito dobbiamo cominciare a fare delle scelte e quindi decidere che compromessi accettare, non esiste nemmeno alla NASA un Bot parimenti efficace per tutti gli ambienti.

Criteri di Scelta pratica.

A livello hobbistico ci possiamo permettere di partire al contrario: il nostro target non è esplorare Marte! e quindi chiederci a priori quanto vogliamo sia complesso il nostro Bot non è un'assurdità.

Controllare il movimento effettuato dal bot può variare in funzione di alcune considerazioni, facciamo qualche esempio:

1) uso degli stepper e ritengo che ogni comando di passo sia eseguito senza errori

Vantaggi: Facilissimo, non ho bisogno di alcuna retroazione, si rende di fatto superflua qualsiasi comunicazione dal Bot al centro di comando

Svantaggi: perdo il controllo nel caso che lo stepper perda il passo, le ruote slittino sul piano di appoggio, l'urto con un ostacolo non è gestibile.

Pratica: alcuni sistemi funzionano anche così (stampanti, scanner, plotter) il rischio di perdere il passo o slittare si riducono drasticamente quando le velocità sono basse e come per i sistemi citati il rischio di urti con ostacoli è zero, se volessimo un bot domestico (i pavimenti sono sufficientemente regolari) e non abbiamo gatti (e la moglie non è di quelle che spostano i mobili ogni giorno) potremmo ottenere buone soddisfazioni anche con questa soluzione.

2) uso stepper o motori cc con encoder sulla parte in movimento (a meno di non avere rischi sugli organi di trasferimento del moto tipo cinghie che slittano, albero motore o ruota non fa tanta differenza)

Vantaggi: mi accorgo anche di movimenti inerziali o indesiderati, il conteggio di semplici impulsi non è complesso

Svantaggi: Devo prevedere un sistema di comunicazione bidirezionale, il SW deve gestire errori e imprevisti e quindi prevedere comandi e gestione degli interrupt, se il sistema di controllo è un PC staccato dal Bot e la comunicazione è quindi via radio occorrerà tener conto dei tempi di trasmissione e quindi prevedere dei buffer che memorizzino l'istante dell'errore e i comandi non eseguiti; non vi è nessun controllo se le ruote slittano.

Pratica: normalmente se si usano encoder non si usano gli stepper, per comodità si lavora al contrario, si fa partire il motore e lo si ferma quando l'encoder ha contato i passi voluti, per le ruote la cosa è diversa, è infatti difficile azionare due motori cc alla stessa velocità senza circuiti di retroazione analogici veloci e complessi (non devono pendolare), ottenere un moto rettilineo (chiedete a chi fa il panettone della DeA) è importante: immaginate un bot che si muove descrivendo una specie di seno, alla fine avremo raggiunto un punto come se fossimo andati dritti, gli encoder avranno contato 1000 passi ognuno ma in realtà il bot sarà

distante dal punto iniziale non 1000 passi ma 990 o meno (dipende dall'ampiezza della sinusoide)

3) uso encoder sui motori e encoder d'ambiente

Vantaggi: ho un riferimento preciso, ho la possibilità di capire molte cose: encoder motore gira e encoder ambiente fermo= ruote slittano, se al contrario sto scivolando ecc.

Svantaggi: l'elettronica e il SW si complicano di un bel po', gli encoder d'ambiente? mica facile inventarne di appropriati, tutti gli svantaggi del punto 2.

Pratica: Qui siamo nel professionale ma l'ingegno a volte..., immaginate di porre sotto al vostro bot in prossimità di ciascuna ruota un mouse, sì proprio quello che avete ora sotto la mano destra! Quelli classici con la pallina che costano anche 4 euro, alimentati a 5V vi darebbero una lettura precisa di come si muove il vostro Bot, con un SW un po' curato riuscireste a tracciare il tragitto effettuato anche nel caso di sinusoidi come descritto sopra, immaginate ora un braccio meccanico, un encoder saldato allo snodo ma dal lato del contenitore, sul perno rotante un peso (tipo filo a piombo) avreste un inclinometro assoluto che tiene conto anche della eventuale pendenza del terreno (ci avevate pensato?)

Paragrafo 5

Dimensioniamo uno Stepper

Proviamo ad affrontare questo tremendo problema ☹

Cominciamo con i dati del motore:

La COPPIA, questo valore espresso normalmente in Ncm (Newton per centimetro) è una delle caratteristiche essenziali per capire quanto è forte il nostro motore, cominciamo ad immaginare... il nostro motore ha una coppia di 1 Ncm, all'albero è applicata una puleggia di diametro 2cm. La coppia in meccanica è il prodotto della forza per il braccio, nel nostro caso il braccio è rappresentato dal RAGGIO della puleggia per cui la coppia (M) è uguale a Forza (F) per il raggio (r) ($M=F*r$) è facile ora risalire alla forza che il nostro stepper può sviluppare $F=M/r$ e quindi $F=1/1$ (il raggio è la metà del diametro ☺) quindi 1 Newton, se poi vogliamo ragionare in kg allora basta dividere i N per 9,8 diciamo quindi circa 0,1 kg ok?

Cosa significa ciò? significa che se alla puleggia ho collegato un peso minore di 0,1 kg riuscirò a sollevarlo, diversamente no!

Attenzione, come per altri tipi di motori (anche quello a scoppio) la coppia è legata alla velocità di rotazione da una curva, ogni costruttore ha la sua ma diciamo che la coppia diminuisce all'aumentare della velocità di rotazione.

E' ovvio che un margine di sicurezza è da considerare.

Se cercate qualche stepper in rete vedrete che motori piccoli hanno coppie piccole ma non lasciatevi ingannare, la dimensione del motore che determina la coppia è principalmente il diametro, maggiore il diametro del motore maggiore la coppia, ovvio se pensate che la bobina esercita una forza su un braccio maggiore ($M=F*r$).

Con una coppia piccola..... si può sollevare il mondo....

Quello che dobbiamo fare noi è alzare un braccio meccanico (ad esempio) che pesa 5kg come facciamo con una forza di 0.1kg?

Beh, attraverso i motoriduttori ossia combinazioni di ingranaggi le cui regole le abbiamo già viste qualche post indietro. Come si applica?

Immaginate un rapporto 10:1 costituito dall'ingranaggio sul nostro motore di raggio 1cm che ha 10 denti e un altro ingranaggio con 100 denti e quindi con raggio 10cm (provate a riguardare le formule sugli ingranaggi), ora il nostro motore abbiamo detto sviluppa 0,1kg sui denti del suo ingranaggio, questa forza è anche quella applicata al dente dell'ingranaggio grande che avendo però un raggio di 10cm darà luogo ad una coppia $M=10cm*0,1kg = 1kgcm$ (se volete circa 10Ncm); ora se sullo stesso albero dell'ingranaggio da 10cm ho una puleggia da 1 cm di raggio, potrò sollevare pesi fino a $F=M/r = 1kgcm/1cm = 1kg$.

In pratica moltiplicate la coppia per il fattore di riduzione del motoriduttore e ricavate la forza dividendola per il raggio della ruota che esegue il lavoro!

Facile no?

Altro dato di targa è: L'angolo di passo.

Questo dato esprime qual è la rotazione che compie l'albero motore per ogni passo che comandiamo; esistono motori con passi da 15°, 7.5°, 3.6°, 1.8° per citare i più comuni.

Unica attenzione riguarda il fatto che ad esempio il 3.6° significa 3 gradi e 6 DECIMI di grado, sembra scontato ma se consideriamo che gli angoli sono normalmente espressi in:

Gradi.Primi.secondi e che la base non è decimale ma sessagesimale (60 primi fanno un grado), qualche dubbio potrebbe venir fuori.

Tutto questo ci porta a dire: Se vogliamo sapere quanti passi servono per compiere una rotazione completa è sufficiente scrivere $360^\circ/\text{Angolo-di-passo}$. Nel caso di un motore da 1.8° significa che occorrono $360^\circ/1.8^\circ=200$ passi per compiere la rotazione completa.

E' ovvio che angoli di passo piccoli offrono una precisione maggiore, un po' meno ovvio ma comprensibile il moto di un motore con angoli piccoli offrirà un moto più "lineare" e meno a scatti di un motore con angoli grandi.

Dall'angolo di passo dipende anche un altro fenomeno importante, vediamo:

Quando comando un passo al motore esercito una forza sul rotore, il rotore ha una massa, la fisica ci dice che quando ad una massa applico una forza, questa massa inizia a muoversi di moto uniformemente accelerato; l'accelerazione crea un aumento della velocità che dipende dal tempo (più tempo più velocità, a parità degli altri parametri). Ora facendola breve, il problema è che, raggiunto il nuovo passo il rotore per inerzia tende ad andare oltre oscillando attorno al nuovo punto di equilibrio, questo fenomeno è maggiore per angoli di passo grandi, se sono stato chiaro sopra il perché è altrettanto chiaro.

In particolari condizioni questo fenomeno è tremendo, esistono infatti velocità di rotazione degli stepper che essendo in risonanza con l'oscillazione di cui sopra possono provocare perdite di passo, cadute del valore della coppia apparentemente inspiegabili, non c'è modo di conoscere a priori il valore di queste frequenze e comunque il fenomeno si manifesta con funzionamenti a vuoto o con coppie resistenti molto basse o addirittura negative, essendo poi frequenze di risonanza è difficile beccarle anche per sfortuna ;).

Comandare uno stepper è un altro argomento ma, visto che parliamo di angoli di passo, è giusto accennare al fatto che è relativamente semplice utilizzare l'HALFSTEP o mezzo passo, in pratica si alimentano 2 bobine anziché una, con la stessa tecnica si possono generare una serie infinita di passi generando un moto estremamente uniforme e privo dei problemi di cui sopra, il come fare è dettagliatamente spiegato nel link dato qualche post fa,

(<http://digilander.iol.it/VincenzoV/tutorial/passopasso/stepper.htm>) questo però non significa che il motore ha un numero di passi infinito! La posizione finale quando decideremo di fermare il motore sarà uno dei passi reali.

Paragrafo 6

Cominciamo a pensare come assiemare il tutto?

Coppia, angolo di passo... non hanno più segreti!

Andiamo ora un po' sul pratico!

Volendo realizzare un sistema "robotico" come potremmo procedere?

Un giusto compromesso tra semplicità, praticità e precisione potrebbe essere il seguente:

Immaginiamo (come al solito) uno schema a blocchi costituito da un PIC, un circuito di pilotaggio dello stepper, lo stepper, un encoder, un circuito di conteggio impulsi.

Come li colleghiamo?

- Cominciamo con il PIC che riceverà (via radio, seriale ecc.) dal cervello vero e proprio del nostro robot il numero di passi da far compiere al motore, la direzione avanti o indietro, volendo anche la velocità; ricevuti questi dati più un comando di start, il PIC inizierà a mandare i segnali giusti al circuito di pilotaggio.

- Il circuito di pilotaggio o DRIVER è composto da poco più di un integrato dedicato tipo L297 o similari, questi IC hanno dei pin di ingresso che se portati alti o bassi determinano la direzione, il tipo di funzionamento (passo intero o mezzo passo), e un pin che accetta gli impulsi di comando, ad ogni impulso l'IC attiverà le sue uscite in modo da eccitare le bobine giuste dello stepper.

- L'encoder, beh è semplice, non c'è molto da dire se non che invierà una quantità di impulsi proporzionali al movimento.

- Circuito di conteggio impulsi, si occuperà di contare il numero di impulsi, e comunicarli al PIC su richiesta, potrebbe essere costituito da un altro PIC oppure qualsiasi altro circuito, l'importante è che possa far capire al PIC un numero.

La logica di funzionamento è semplice, il cervello del robot converte lo spostamento che desideriamo in numero di passi motore (vi ricordate? abbiamo visto come!); invia quel numero al PIC, il PIC comincia a inviare gli impulsi al DRIVER e ne invierà il numero giusto; il motore eseguirà e farà quindi muovere l'encoder che produrrà gli impulsi conteggiati dal circuito. Il PIC una volta terminato l'invio di impulsi attenderà diciamo mezzo secondo lo stabilizzarsi del sistema e leggerà il numero di impulsi conteggiati inviandoli al cervello, il cervello convertirà gli impulsi in spostamento (l'impulso encoder potrebbe essere diverso dal passo motore) e facendo la differenza avrà l'errore commesso nell'esecuzione del comando, potremo così ricalcolarci la nostra posizione vera.

La cosa simpatica di un sistema di questo tipo è che possiamo usarlo uguale per tutti i motori del robot, studiato un circuito e fatto un programmino per il PIC possiamo usarlo per tutti i motori, sarà il cervello ad attribuire variabili diverse al rapporto passo spostamento di ogni motore.

Come avrete notato il Loop di retroazione non è in tempo reale, inviamo un comando, aspettiamo, andiamo a vedere se e con che errore è stato eseguito; questa scelta è fatta per: non impegnare il PIC e rischiare di perdere informazioni, avere un SW semplicissimo. E' possibile però semplicemente cambiando programma al PIC avere un PID vero e proprio, magari usando altri microcip tipo motorola che viaggiano a diversi MHz riduciamo i tempi di esecuzione del programma e quindi impegnare il chip per andare a variare la velocità del motore in funzione delle letture dell'encoder ecc. ecc.