

La teoria che.....

Manuale semiserio di Robotica

Realizzato quasi per scherzo per:

www.roboitalia.com

Dispensa n° 4

Muovere un braccio... robotico

Come muovere un braccio e relativi calcoli

Abbiamo già visto in una precedente dispensa come è strutturato un braccio, spalla, gomito e polso sono le articolazioni, busto, braccio, avambraccio e mano sono le leve che si muovono. Ora il nostro compito è quello di pensare a come realizzare un'articolazione e come fare in modo di dare "energia" e forza affinché si produca un movimento.

Quando abbiamo ragionato sulle ruote, non ci siamo preoccupati della fase in cui siamo fermi, ipotizzando infatti di essere su un piano orizzontale (Robot domestico), è sufficiente togliere energia ai motori e gli attriti in gioco producono una brusca (a volte troppo) frenata, di conseguenza rimanere fermi non produce nessun dispendio di forze; non è così se vogliamo tenere sollevato e fermo un braccio!

La forza peso sia del braccio sia dell'oggetto che abbiamo in mano devono essere bilanciate se vogliamo che il tutto rimanga fermo.

Le soluzioni possono essere diverse, i motori stepper possono poi essere usati tranquillamente come "freno" senza rischiare bruciature, anche i "servo" possono mantenere la posizione ma con molti più rischi di "cottura", in entrambi i casi si tratta di alimentare motori e spendere energia per non fare nulla.

La soluzione più indicata (a mio parere) è quella di utilizzare un accoppiamento che preveda sul motore una "vite senza fine" e, o una corona o un dado

Analizziamo i due casi:

Una vite senza fine con corona dentata è caratterizzata dal fatto di trasformare un moto rotatorio in un moto rotatorio ma con asse di rotazione ruotato di 90° , inoltre il trasferimento del moto avviene "strisciando" e quindi un attrito non trascurabile, se a questo aggiungiamo che il rapporto è: un giro completo della vite produce $(1/\text{numero denti corona})$ giri della corona stessa otteniamo che in pratica la corona non può far girare la vite

Bene, il disegno ha grossi limiti ma il concetto dovrebbe essere chiaro, in un caso come questo non sono difficili neanche i calcoli (si fa per dire). Ci proviamo? Sono due i calcoli da fare, uno per il posizionamento e uno per il dimensionamento. Cominciamo con il posizionamento anche perché è molto semplice ogni giro del motore (viola) e quindi della vite (blu) produce una rotazione della corona di **$360^\circ / \text{numero denti corona}$**

Il risultato che si ottiene è la rotazione in gradi del braccio (giallo) ottenendo quindi quell'angolo che sappiamo come usare dalle dispense precedenti.

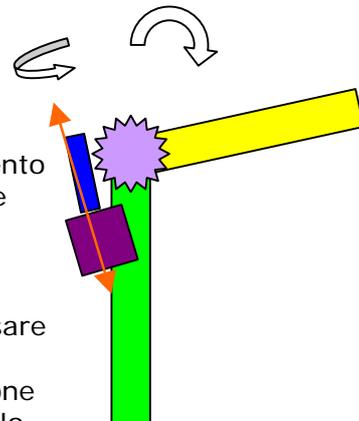
Più complesso il discorso sul dimensionamento e la valutazione delle forze in gioco, intanto diciamo che faremo un'analisi solo della condizione peggiore che è evidentemente quella con la parte gialla a 90° rispetto alla verde, in questo caso la forza peso è tutta da vincere e non si scarica attraverso la struttura, ovviamente pensiamo di dover "sollevare" la parte gialla! ☺

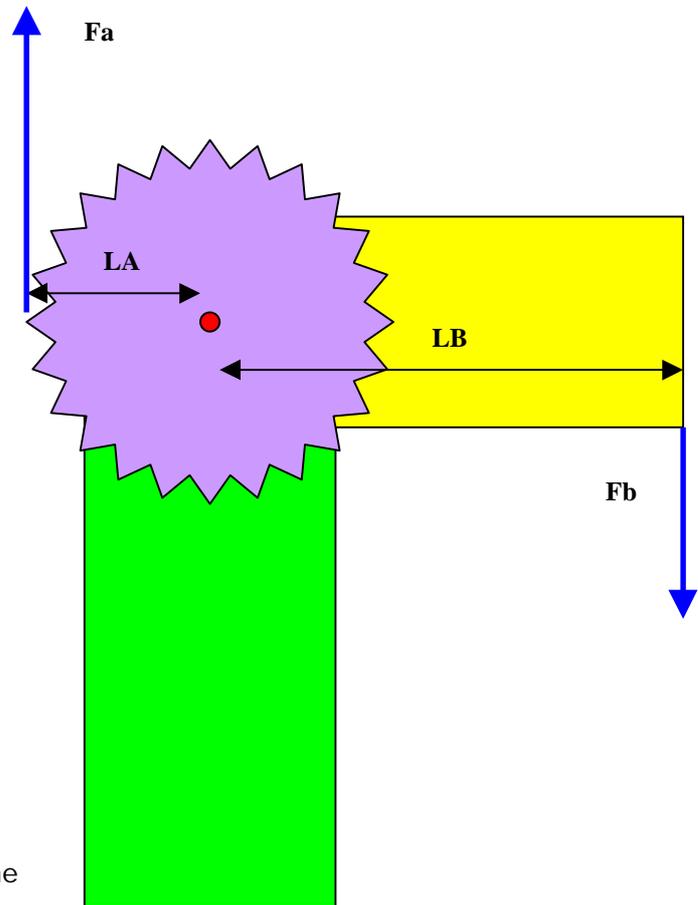
Per cominciare a dare i numeri ☺ è necessario introdurre il "Pitch", che cavolo è?

Facile si misura in cm/giro ed è riferito alla vite senza fine! Chiaro?

No? Beh, immaginate di avere vite e dado, ruotando la vite il dado si muove linearmente di un certo spazio (cm), come si misura il pitch? Non è difficile, se avete un calibro lo aprite di un centimetro, lo appoggiate alla vite e contate quante "spire" ci sono in questo spazio quindi fate uno diviso il numero di spire.

Bene ora facciamo uno schemino (nella pagina dopo) dove schematizzeremo le forze e le leve in gioco con l'obiettivo di sapere la forza che il dente della corona esercita sulla vite senza fine, girate pagina e guardate lo schema delle forze.





Come saprete, conoscendo LA, LB e Fb possiamo ricavare Fa che è ciò che ci interessa per il dimensionamento, avremo che $Fa \cdot LA = Fb \cdot LB$ quindi

$$Fa = Fb \cdot LB / LA$$

La "Fa" sarà la forza che dovrà essere vinta dalla vite senza fine attraverso la coppia del motore, e qui abbiamo una formula che tiene conto anche di un parametro denominato "efficacia" ed è riferito al particolare accoppiamento che è gravato da notevoli attriti causa lo strisciare della vite sui denti della corona, ecco la formula:

$$M = (F \cdot p) / (eff. \cdot 2 \cdot PI)$$

Dove:

M = Coppia

F = La nostra Fa

P = Pitch

eff. = efficacia (normalmente si utilizza uno 0,5 equivalente al 50%)

PI = P greco (3,14.....)

Il nostro motore deve quindi avere una coppia superiore al risultato della formula per poter muovere l'articolazione.

Questa soluzione meccanica non è male anche se trovare gli ingranaggi giusti potrebbe non essere semplice, inoltre nel disegno non si nota ma a meno di avere una corona enorme, il rapporto tra LA e LB è tale da rendere Fa molto maggiore di Fb con conseguenti limiti sulla realizzazione; se infatti pensiamo a questo sistema per l'articolazione della spalla, il solo peso del braccio, polso, mano e oggetto da sollevare potrebbe mettere in crisi la struttura. Un vantaggio di questa soluzione meccanica è la possibilità di far ruotare la parte gialla di 300° abbondanti (un po' come avere un gomito slogato ☺). Per quello che riguarda la struttura dovrebbe essere chiaro che la corona è saldamente solidale con la parte gialla e attraverso un perno (rosso) fissata alla parte verde, attraverso il perno è quindi libera di ruotare. Il motore viola con la vite blu sono invece fissati alla parte verde, le forze si scaricheranno lungo l'asse del motore come indicato dalla freccia arancione nel primo disegno, il fissaggio del motore sarà pertanto studiato per bilanciare le forze lungo tale direttrice.

Un altro sistema meccanico per azionare l'articolazione è il classico "pistone" identico per intenderci a quello delle pale meccaniche, in quel caso è idraulico ma si può ottenere la stessa cosa con una barra filettata e un dado.

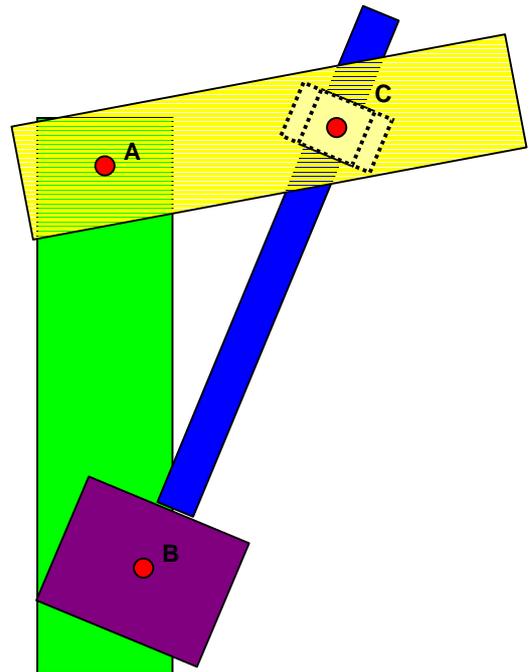
Il sistema come più o meno rappresentato nel disegno deve prevedere una possibilità di rotazione dei vari organi nei perni indicati in rosso, questi punti rossi saranno poi di fondamentale importanza per i calcoli; il principio di funzionamento è semplice, il motore (viola) farà ruotare la barra filettata (blu) che avvitando o svitando il dado (tratteggiato), provocherà il movimento della parte gialla.

Volendo passare ai calcoli c'è da dire che non sono semplicissimi ma come al solito, una volta impostati ci penserà il computer ad eseguirli.

Anche qui abbiamo la necessità di due tipi di calcolo, per quanto riguarda la posizione, abbiamo sempre bisogno dell'angolo con vertice in A dal quale come sappiamo si può procedere.

Per trovare questo angolo facciamo riferimento al triangolo ABC formato dai tre perni. Di questo triangolo conosciamo i tre lati: i lati AB e AC sono fissi e li avremo misurati una volta per tutte ☺, il lato BC è quello che varia in base ai comandi che diamo al nostro motore, anche qui è necessario conoscere il Pitch che come ricorderete si misura in

cm/giri e che quindi moltiplicato per il numero di giri (o frazioni di esso) che abbiamo comandato al motore ci darà la variazione della lunghezza del lato rispetto alla posizione precedente, apriamo una parentesi, è chiaro che si dovrà partire da una posizione nota, nella quale conosceremo la lunghezza del nostro lato BC, questa posizione sarà quella di "finecorsa" da una parte o dall'altra, chiusa parentesi. Bene, conosciamo i tre lati, andiamo a riprendere un vecchio teorema, per la precisione quello di Carnot (spero si scriva così) il quale dice (e ve lo do già "rivoltato" per i nostri usi) che:



$$\cos a = (AC^2 + AB^2 - BC^2) / (2 * AC * AB)$$

L'angolo "a" di cui dalla formula ricaviamo il coseno è ovviamente l'angolo che ha vertice nel perno A e che è quello che ci interessa.

Nel nostro caso abbiamo poi che avendo 2 lati sempre costanti potremo utilizzare delle costanti ponendo:

$$AC^2 + AB^2 = K_1$$

e

$$2 * AC * AB = K_2$$

Avremo quindi la nostra formula che diventa:

$$\cos a = (K_1 - BC^2) / K_2$$

Visto che la trigonometria è una cosa importante per la robotica vi lancio due link

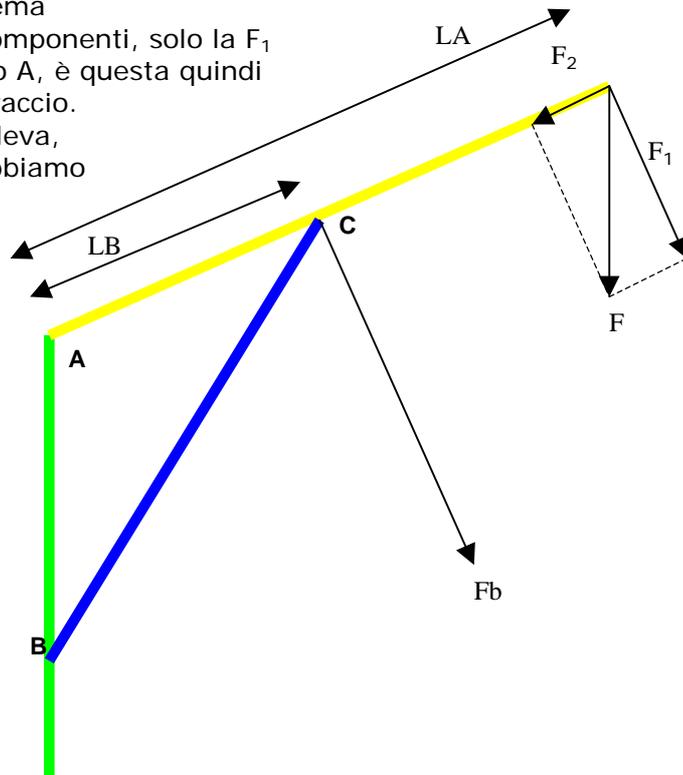
<http://utenti.lycos.it/cervelloni/index.html>
www.scuolaelettrica.it/superiore/matematica

C'è anche un www.math.it che non è male anzi....

Risolto il problema della posizione non ci rimane che il dimensionamento e qui c'è da piangere!

Come ve la cavate con la scomposizione delle forze? Ne avrete bisogno! Schematizziamo la nostra struttura:

Cominciamo da questo pezzo di schema
 Scomponiamo la forza F nelle due componenti, solo la F_1 provoca la rotazione attorno al perno A, è questa quindi la forza da vincere per sollevare il braccio.
 C'è da dire che essendo questa una leva, per vincere F_1 agendo sul punto C abbiamo la solita storia e cioè:
 $F_1 \cdot LA = F_b \cdot LB$
 Per cui: $F_b = F_1 \cdot LA / LB$



Per come è fatto il disegno dovremo esercitare una forza opposta a F_b che vale circa il doppio di F_1 ma non finisce qui, noi con il nostro motore esercitiamo una forza che ha come direzione la retta BC ☺
 Nella prossima pagina arriveremo a questa scomposizione, intanto ci serve sapere quanto vale F_1 per trovare questo valore disponiamo già di tutto ☺, per quella storia delle due rette parallele tagliate da una terza retta e che parlava di angoli alterni interni ecc. che non vi sto a ripetere, avremo che:

$$F_1 = F \cdot \sin(180-a)$$

Dove F è il peso del braccio e tutto il resto mentre "a" è l'angolo che abbiamo calcolato prima nel procedimento per la posizione aiutati da Carnot.
 Abbiamo F_1 e ci troviamo F_b , giriamo pagina per il nuovo schema e continuiamo!!

Lo schema della prossima pagina rappresenta la scomposizione di FM che è la forza che il nostro meccanismo deve generare.
 Partendo da F_b è facile trovare $-F_b$ (il valore è lo stesso) ora ci serve l'angolo formato dai lati AC e CB questo perché quell'angolo è uguale a quello formato da F_b e FM sempre con vertice in C. lo chiameremo angolo "c".

Utilizzando Carnot come prima avremo che:

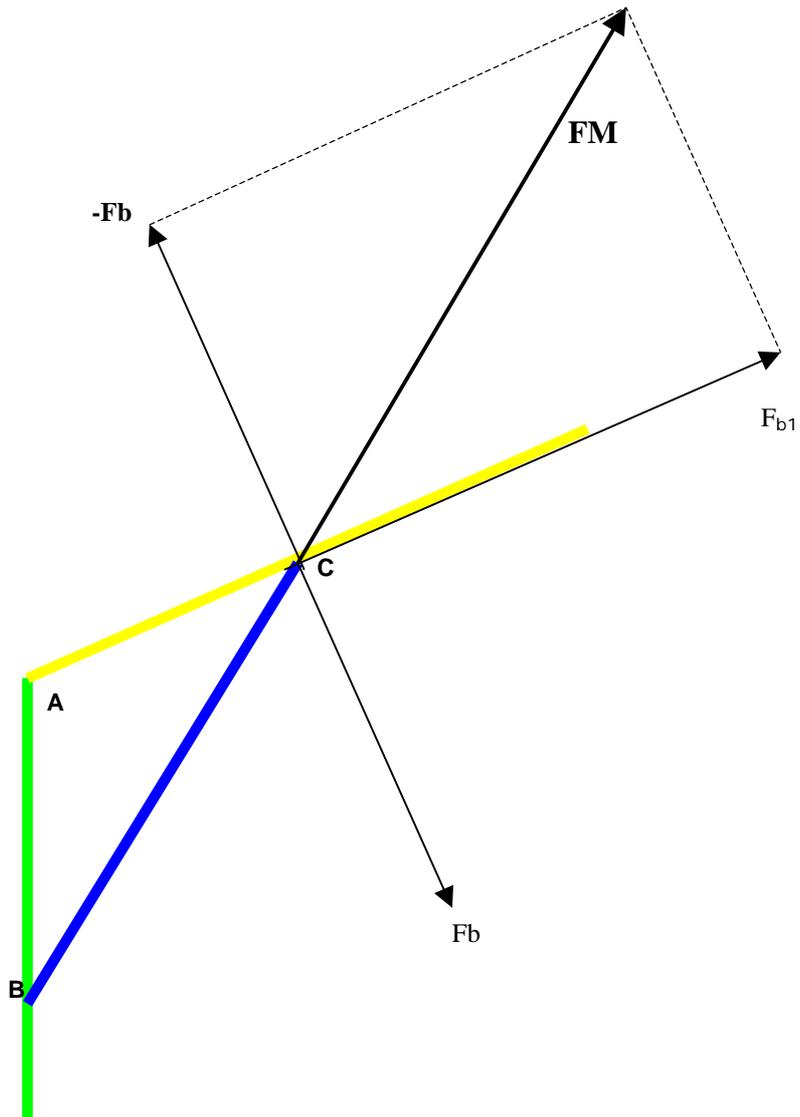
$$\cos c = (AC^2 + BC^2 - AB^2) / (2 \cdot AC \cdot BC)$$

Attenzione, sembra uguale a prima ma non lo è ☺ !!!!

Trovato l'angolo c non ci resta che fare:
 $90^\circ - c$ per trovare l'angolo formato da FM e $-F_b$ (che chiameremo d) e quindi sapendo che:
 $F_b = FM \cdot \cos d$ abbiamo $FM = F_b / \cos d$.
 In realtà per la solita storia delle due rette.....

Sarà sufficiente:

$$FM = F_b / \sin c$$



Siamo quasi alla fine, ora conoscendo FM dobbiamo risalire alla coppia del motore ma qui niente di nuovo, la regola è uguale a quella vista per l'insieme vite corona

$$M = (F * p) / (eff. * 2 * PI)$$

Dove:

M = Coppia

F = La nostra FM

P = Pitch

eff. = efficacia (normalmente si utilizza uno 0,5 equivalente al 50%)

PI = P greco (3,14.....)

Questo sistema va studiato in funzione dei tre perni e per un particolare gioco degli angoli non è così immediato comprendere quali siano i punti migliori per i perni, infatti per la legge della leva sarebbe opportuno mettere il perno C più lontano possibile da A, così facendo avrò una Fb più piccola, nello stesso tempo però se allontano C da A riduco l'angolo c peggiorando le cose (provate per credere); buona cosa invece è tenere B il più lontano possibile da A o per dire meglio se il segmento BC è parallelo a BA avremo l'efficienza migliore in quanto la spinta sarebbe sempre perpendicolare al terreno (direttrice della forza peso da bilanciare)

Comunque se vi avventurate in due calcoli vedrete che le coppie motore necessarie sono inferiori a quelle con vite corona (salvo configurazioni cercate per dimostrare il contrario), punto dolente è invece lo scarso movimento permesso, non si arriva a 180° inoltre è indispensabile non trovarsi con la parte gialla e verde in linea (circa) in quanto questo è un punto morto del sistema (se ci pensate è come il sistema biella – pistone dei motori a scoppio).

Come sempre utilizzare insieme i due sistemi è meglio ☺.

Mi spiego, se come nel disegno usiamo il pistone in questo modo, avremo buona efficienza sfruttando la possibilità di appoggiare il motore alla base

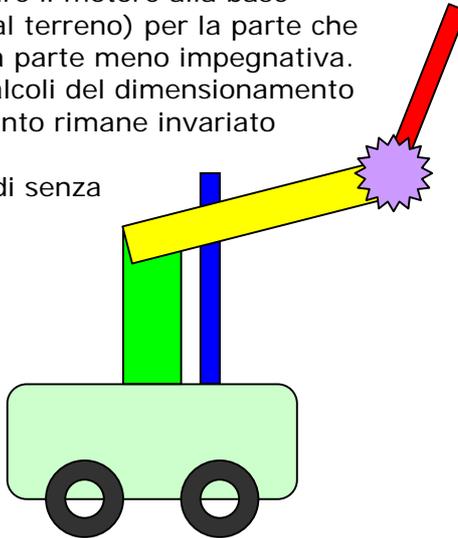
(quindi con spinta perpendicolare al terreno) per la parte che pesa di più, mentre la corona per la parte meno impegnativa.

Se lo fate così ☺ ☺ ☺ cambiano i calcoli del dimensionamento del meccanismo Blu, il posizionamento rimane invariato salvo per la posizione del perno B

Ma dovrete riuscire a cavarci i piedi senza far fumare il cervello.

Lancio una sfida ☺

Utilizzando anche il risolutore di Excel se lo volete, qual è la Soluzione migliore per i perni A, B e C ipotizzando le parti Verde e gialla lunghe 1 metro?



Ricordatevi di verificare la vostra soluzione per varie angolazioni della parte gialla !!!

Alla prossima!!